

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2026

CLASA A VIII-a

SUBIECTUL I (40 de puncte)

Pentru fiecare dintre următoarele 10 probleme, una singură dintre cele cinci variante de răspuns este corectă. Pe formularul de înregistrare a răspunsurilor la problemele cu alegere multiplă (grilă), indică varianta corectă de răspuns:

(4p) 1. În tetraedrul regulat $ABCD$, notăm cu M mijlocul muchiei AC . Cosinusul unghiului format de dreptele BM și DC este egal cu:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4p) 2. Dacă $ABCDMNPQ$ este un cub, atunci măsura unghiului determinat de dreptele MC și AN este egală cu:

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60° E. 90°

(4p) 3. Fie $ABCD$ un tetraedru astfel încât dreptele AB , AC și AD să fie perpendiculare două câte două. Dacă $AB = AC = AD = 8$ cm, lungimea perpendiculara din A pe planul (BCD) este egală cu:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ E. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(4p) 4. Suma ariilor fețelor unui paralelipiped dreptunghic este egală cu 80 cm^2 , iar suma lungimilor muchiilor sale este egală cu 48 cm. Lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu:

- A. 6 cm B. 4 cm C. 8 cm D. 10 cm E. 12 cm

(4p) 5. Fie triunghiul echilateral ABC , cu $AB = 12$ cm și MN linie mijlocie, $M \in AB$, $N \in AC$. Îndoim triunghiul ABC după dreapta MN până când planele (AMN) și (MBC) devin perpendiculare. După îndoire, distanța $d(A, BC)$ este egală cu:

- A. $6\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{6}$ E. $3\sqrt{2}$

(4p) 6. Distanța de la vârfurile unui triunghi ABC la un plan α sunt 5 cm, 12 cm, respectiv 13 cm. Distanța de la centrul de greutate G al triunghiului ABC la planul α este egală cu:

- A. 12 cm B. 8 cm C. $10,5$ cm D. 10 cm E. $11,5$ cm

(4p) 7. Simplificând fracția $E(x) = \frac{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 3) + 2}{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 5) + 4}$ obținem

- A. $\frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + 3x + 5}$ B. $\frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 + 3x + 9}$ C. $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 3x + 4}$ D. $\frac{2x^2 + 6x + 3}{2x^2 + 6x + 9}$ E. $\frac{x^2 + 2}{x^2 + 4}$

(4p) 8. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $5 \cdot |10 + x + y| + 2026 \cdot \sqrt{x(x-8)+16} = 0$. Atunci y este egal cu:

- A. 2026 B. 14 C. 6 D. -6 E. -14

(4p) 9. Fie $x \in [-3, 1]$. Rezultatul calculului $\sqrt{x+7+4\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+7-4\sqrt{x+3}}$ este egal cu :

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 7 E. 8

(4p) 10. Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sqrt{9x^2+30x+29} + \sqrt{4y^2+12y+18} + \sqrt{16z^2+8z+17} \leq 9$.

Suma $x+y+z$ este egală cu:

- A. -41 B. $-\frac{41}{12}$ C. 0 D. 29 E. 64

La subiectele II și III scrieți rezolvările complete:

SUBIECTUL II (25 de puncte)

Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are dimensiunile $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 5$ cm.

- a) Calculați suma ariilor fețelor paralelipipedului.
b) Arătați că triunghiul ACC' este isoscel.
c) O furnică vrea să ajungă din punctul A în punctul C' , mergând pe fețele paralelipipedului. Aflați lungimea minimă a drumului parcurs de furnică .

Supliment Gazeta Matematică nr. 11 / 2025

SUBIECTUL III (25 de puncte)

a) Demonstrați că $\frac{a+b}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \in (1, \sqrt{2}]$, pentru orice numere reale $a, b > 0$.

b) Aflați numărul natural n pentru care $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \dots + \frac{1}{1099} < \frac{1}{n}$.

Note: Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru: 3 ore.